التمرين الأول

OAB مثلثا في المستوى (P) و H بحيث : $\overrightarrow{AH}=-\frac{4}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{3}{4}\overrightarrow{OB}$ و G نقطة بحيث O مرجح النقط $(A,4)$; $(B,-3)$; $(G,6)$

1) أ- بين أن G مرجح النقط $(A,-4)$; $(B,3)$; $(O,7)$

ب- حدد المتجهة $\overrightarrow{OG}$ بدلالة $\overrightarrow{OA}$; $\overrightarrow{OB}$

2) بين أن O مرجح النقط $(A,4)$; $(B,-9)$; $(H,12)$

3) بين أن النقط B ; H ; G مستقيمية

1 x 9 + 2 = 11 12 x 9 + 3 = 111 123 x 9 + 4 = 1111 1234 x 9 + 5 = 11111 12345 x 9 + 6 = 111111 123456 x 9 + 7 = 1111111 1234567 x 9 + 8 = 11111111 12345678 x 9 + 9 = 111111111 123456789 x 9 + 10= 1111111111 Surprenant , n'est-ce pas ?

التمرين الثاني

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0=2$ و $U_{n+1}=\frac{5U_n-1}{4U_n+1}$

1) بين أن $U_n>\frac{1}{2}$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) نضع $V_n=\frac{3}{2U_n-1}$ لكل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن المتتالية $(V_n)_n$ حسابية أساسها $r=2$

ب- استنتج أن $(\forall n\in\mathbb{N})$ $U_n=\frac{n+2}{2n+1}$

4) نضع $S_n=\sum_{k=0}^{k=n-1}(U_{k+1}-U_k)$ و $T_n=\sum_{k=0}^{k=n-1}(U_{k+2}-2U_{k+1}+U_k)$ لكل عدد طبيعي n من $\mathbb{N}^*$

أ- بين أن $T_n=S_{n+1}-S_n-(U_1-U_0)$

ب- أحسب S_n بدلالة n و استنتج أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$ $T_n=1-\frac{3}{(2n+3)(2n+1)}$

التمرين الثالث

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$. نعتبر في (P) النقطتين $A(1;-1)$ ، $B(5;3)$ و I منتصف القطعة $[AB]$. لتكن $(G_n)_n$ متتالية النقط المعرفة بما يلي : $G_0=O$ و G_{n+1} هي مرجح النقط المتزنة $(C,1)$; $(B,1)$; $(G_n,2)$ و ليكن $(x_n;y_n)$ هما زوج إحداثيات النقطة G_n

1) بين أن النقط G_3 ; G_1 ; G_2 مستقيمية

2) أحسب $\overrightarrow{IG_{n+1}}$ بدلالة المتجهة $\overrightarrow{IG_n}$

3) أ- بين أن $x_{n+1}=\frac{1}{2}x_n+\frac{3}{2}$ و حدد y_{n+1} بدلالة y_n

ب- نضع $U_n=x_n-3$ بين أن المتتالية $(U_n)_n$ هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$

ج- استنتج أن $(\forall n\in\mathbb{N})$ $x_n=3\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$

د- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})$ $y_n=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$

التمرين الرابع

لتكن $(U_n)_n$ متتالية حسابية حدودها غير منعدمة و أساسها $r\neq 0$. بين أن $\sum_{k=0}^{k=n}\frac{1}{U_kU_{k+1}}=\frac{n+1}{U_0U_{n+1}}$